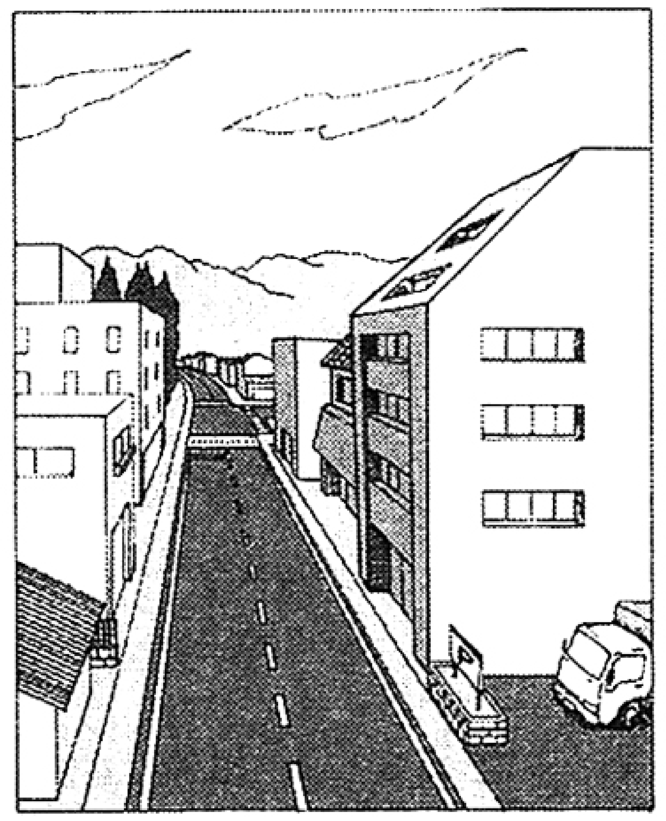
1　太郎さんは，道路側が斜めに切り取られたような建物を見て，興味をもち調べると，その建物は，周辺の日当たりなどを確保するための**きまり**にもとづいて建てられていることがわかった。そのきまりについて，次のように，真横から見た模式図をかいてまとめた。①～④に答えなさい。



<太郎さんのまとめ１>

直線ℓを平らな地面とみなす。また，２点Ｏ，Ａは直線ℓ上の点で，線分ＯＡを道路とし，線分ＯＡの長さを道路の幅とみなす。

きまりⅠ

建物は，道路側に（直線ＡＢから）はみ出さないようにする。

あわせて建物は，**図１**で，ＯＡ：ＡＢ＝４：５となる直線ＯＢを越えてはいけない。

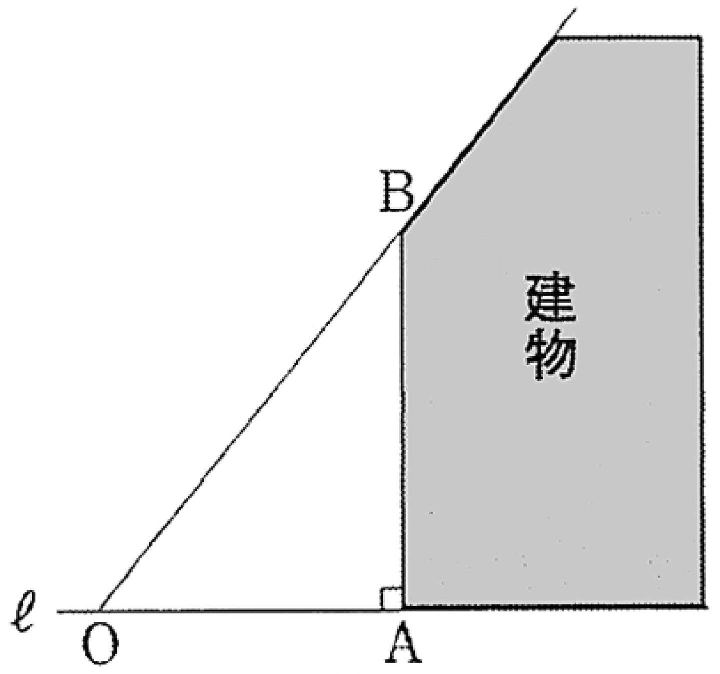


図１

きまりⅡ

建物は，**きまりⅠ**にもとづいて建てなければならない。ただし，道路の幅が12ｍ以上のときは，**図２**で，直線ＯＢを越えてもよいが，ＯＣ＝1.25×ＯＡ，ＯＣ：ＣＤ＝２：３となる直線ＯＤを越えてはいけない。これは，直線ＣＤより道路から遠い部分に適用される。

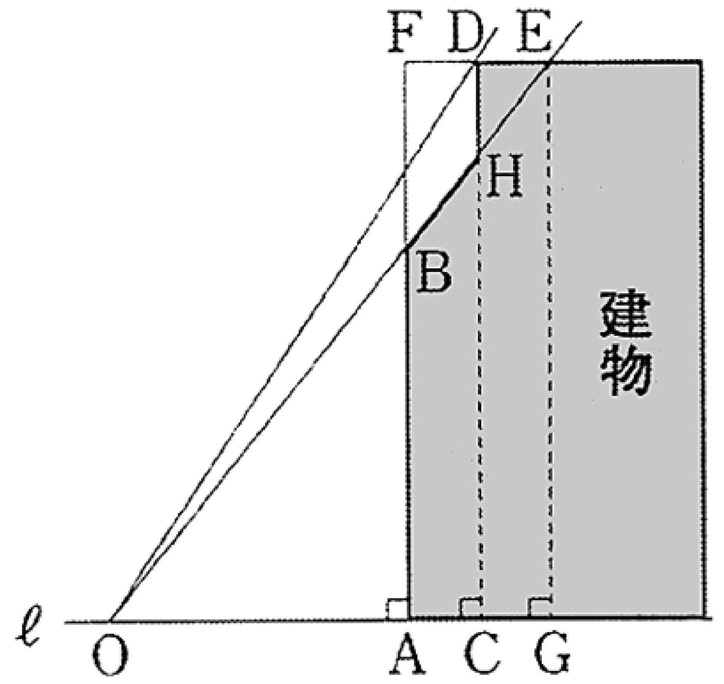


図２

【図１，２の説明】

- 色（　　）のついた図形を建物とみなし，点Ｂは図１と図２の，点Ｄ，Ｅ，Ｈは図２の建物とみなす図形の周上の点
- 点Ｃ，Ｇは，半直線ＯＡ上の点
- $\ell \perp$ＡＢ，$\ell \perp$ＣＤ，$\ell \perp$ＧＥ
- 点Ｅは，点Ｄを通り，直線ℓに平行な直線と直線ＯＢの交点
- 点Ｆは，直線ＡＢと直線ＤＥの交点
- 点Ｈは，直線ＯＥと直線ＣＤの交点

① 点Ａを通り，直線ℓに垂直な直線を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

② **図１**において，ＯＡ＝12ｍのとき，線分ＡＢの長さを求めなさい。

③ 太郎さんは，道路の幅が12ｍで**きまりⅡ**が適用されたとき，**図２**をもとに**図３**を作成し，点Ｃ，Ｄの特徴について考えた。$\boxed{(1)}$，$\boxed{(2)}$には適当な数または式を書きなさい。また，(3)には点Ｅのx座標を求める過程の続きを書き，**<太郎さんのまとめ２>**を完成させなさい。

<太郎さんのまとめ２>

図３のように，点Ｏを原点に，直線ℓをx軸にしたグラフを考える。

直線ＯＢの式を$y=\frac{5}{4}x$とすると，

直線ＯＤの式は$y=\boxed{(1)}$である。

ＯＡ＝12のとき，ＯＣ＝1.25×ＯＡ＝15となるので，点Ａのx座標を12とすると，点Ｃ，Ｄのx座標はともに15である。

このとき，点Ｅのx座標を求める。

点Ｄ，Ｅのy座標はともに$\boxed{(2)}$である。また，

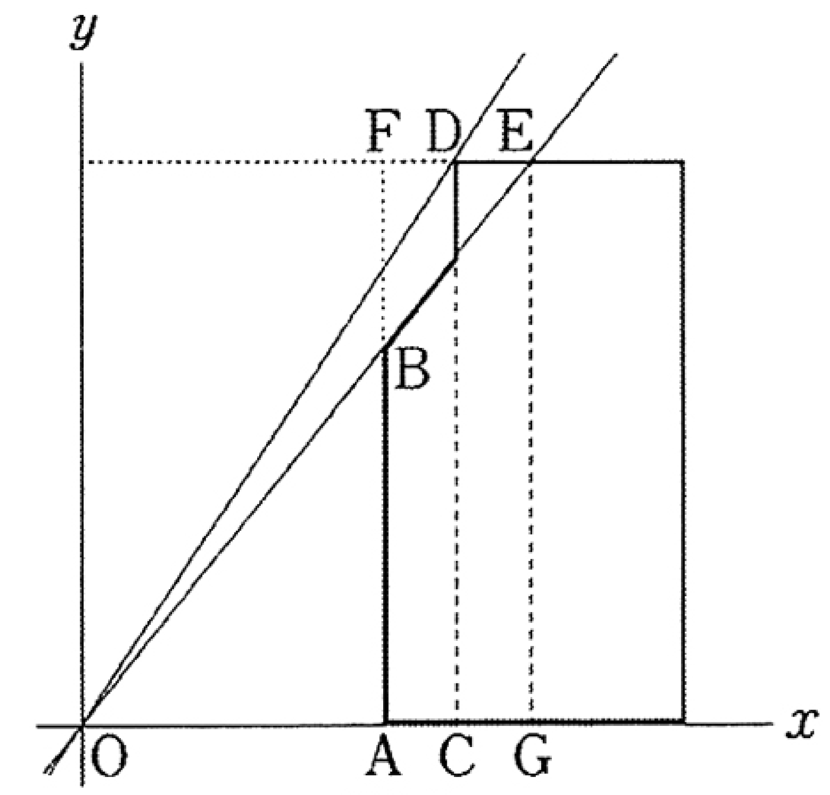


図３

(3)

である。よって，線分ＡＣと線分ＣＧの長さが等しいので，ＡＣ：ＣＧ＝１：１である。つまり，点Ｃは線分ＡＧの中点であり，点Ｄは線分ＦＥの中点である。

④ 太郎さんは，③の**図３**をもとに**図４**を作成し，**建物Ｘ**と道路をはさんで向かいあう**建物Ｙ**の壁面にできる**建物Ｘ**の影について考えた。$\boxed{}$に適当な数を書き，**<太郎さんのまとめ３>**を完成させなさい。

<太郎さんのまとめ３>

図４について，点Ｐは，点Ｆを通り直線ＯＤに平行な直線とy軸との交点とする。

道路の幅（線分ＯＡの長さ）が12ｍのとき，**きまりⅠ，Ⅱ**の制限いっぱいに建てられた**建物Ｘ**の影の部分が，ちょうど道路の幅と同じになるときを考える。南中高度で調べると，春分・秋分の日のころだとわかった。太陽の光線は平行に進むと考えることができるので，直線ＯＤと直線ＰＦを太陽の光線とみなすことにする。

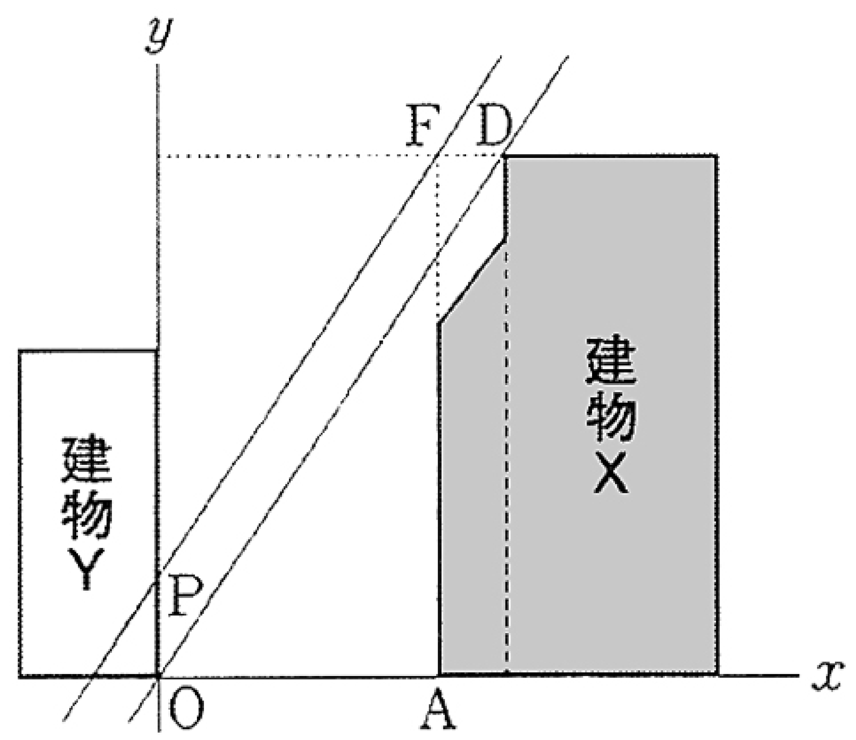


図４

このとき，線分ＯＰは**きまりⅠ**が適用されていない場合に，**建物Ｙ**の壁面にできる影の部分とみなすことができる。

よって，**きまりⅠ**が適用されていない場合，線分ＯＰの長さが$\boxed{}$ｍであることより，**建物Ｙ**の壁面にできる影の部分は，この高さまでであるとわかる。

きまりによって，**建物Ｙ**の日当たりがより確保されていることがわかった。

2

正広さんは，数学の授業で課題学習として，昼食後の経過時間とその時間内で消費されたエネルギーの総量の関係をグラフに表し，発表した。次の文章は，正広さんが発表のために，その流れをまとめたものである。①，②に答えなさい。

私たちは食事によってエネルギーをとり入れています。その一方で運動，呼吸，体温調節などの活動を行うことで，とり入れたエネルギーを消費しています。

私は，ある日曜日の昼食後，図１のような活動をしました。次に，私の体重をもとに，１分間当たりの消費されるエネルギー量を活動ごとに調べました。そして，昼食後 x 分間で図１にある活動によって消費されたエネルギーの総量を y kcal として，x と y の関係をグラフに表すと図２のようになりました。

$0 \leqq x \leqq 60$ のとき，y を x の式で表すと，$y =$ （ア） となります。また，昼食後 200 分間で消費されたエネルギーの総量は （イ） kcal となるので，$200 \leqq x \leqq 240$ のとき，y を x の式で表すと，$y =$ （ウ） となります。この日とった昼食のエネルギー量は 700 kcal でした。昼食後，消費されたエネルギーの総量がちょうど 700 kcal に達したのは昼食後 （エ） 分のときでした。

さらに，同じ （エ） 分間でちょうど 700 kcal のエネルギー量をジョギングと読書だけで消費するためには，ジョギングを何分間する必要があるかグラフを利用して求めることができます。

（Ⅰ）

グラフを利用することで視覚的にとらえることができ，分かりやすくなりました。

以上のことから，グラフを活用する面白さを感じました。また，良い生活習慣を身につけるために適度な運動を心がけるなどして食生活と健康の関係について考え，実践することが大切であると思いました。

昼食後の経過時間	活動	１分間当たりの消費されるエネルギー量
0 ～ 60 分	ジョギング	7.0 kcal
60 ～ 120 分	音楽鑑賞	1.0 kcal
120 ～ 200 分	掃除	2.5 kcal
200 ～ 240 分	読書	1.0 kcal

(注) 1 kcal は 1000 g の水の温度を 1 ℃高めることのできるエネルギー量である。

図１

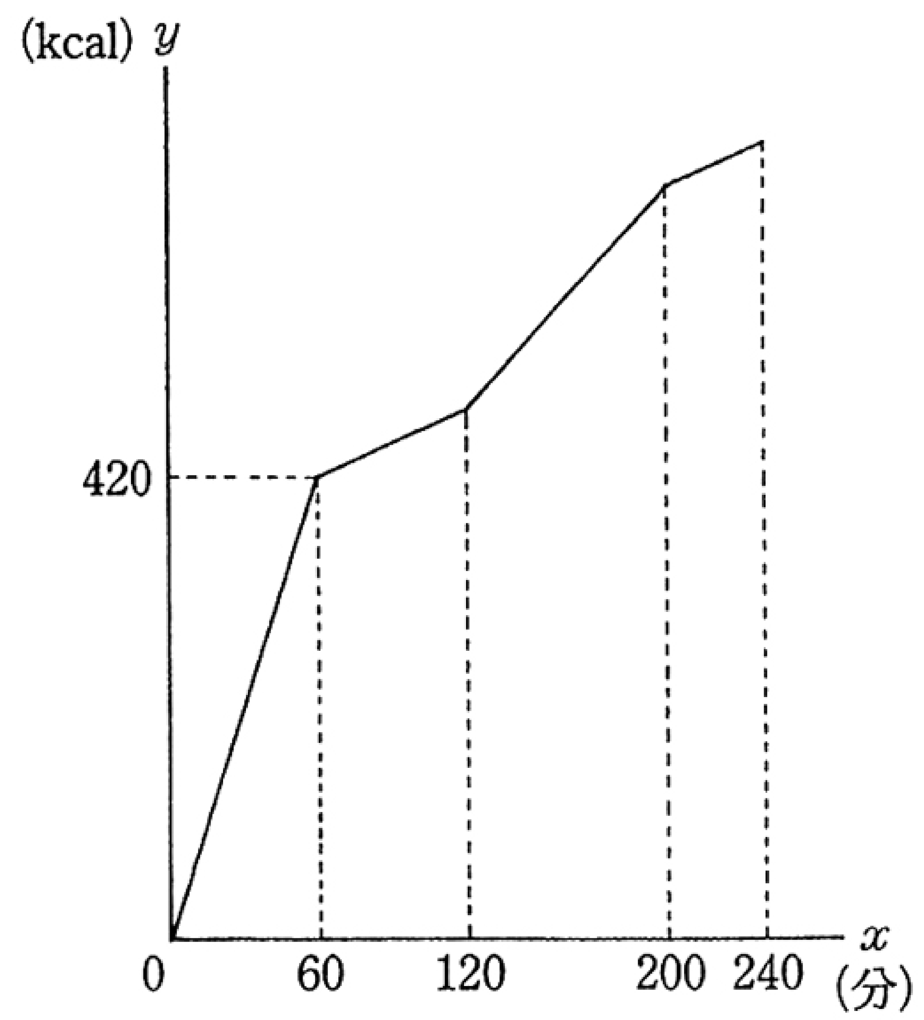
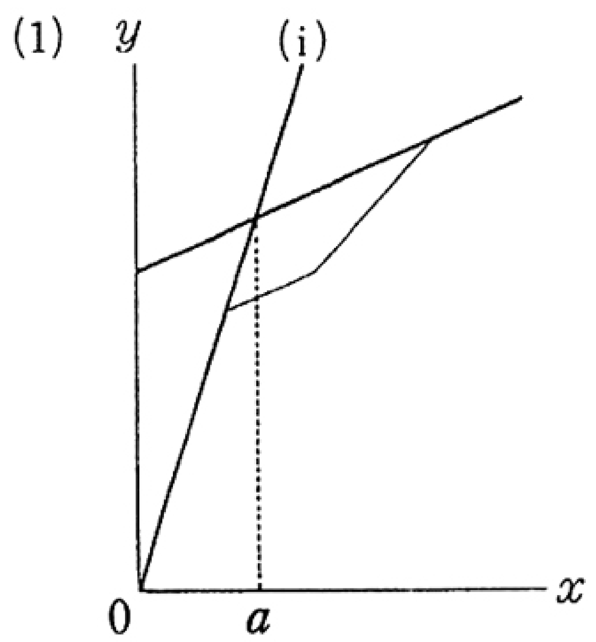


図２

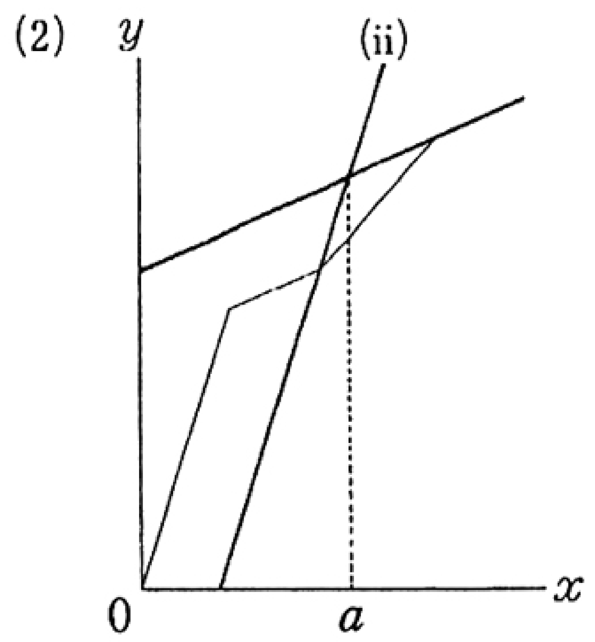
① （ア） ～ （エ） に適当な数または式を書き入れなさい。

② （Ⅰ） で，正広さんは，下線部の説明として，図２のグラフに直線をかき込み，その交点を利用して必要なジョギングの時間を x 軸に a 分と表した上で，その値を求めた。正広さんが説明のためにかいた図として最も適当なのは，(1) ～ (4) のうちではどれですか。一つ選びなさい。また，a の値を求めなさい。ただし，(1) ～ (4) では，図２の一部を省略しており，(i) ～ (iv) は，傾きが等しい直線である。

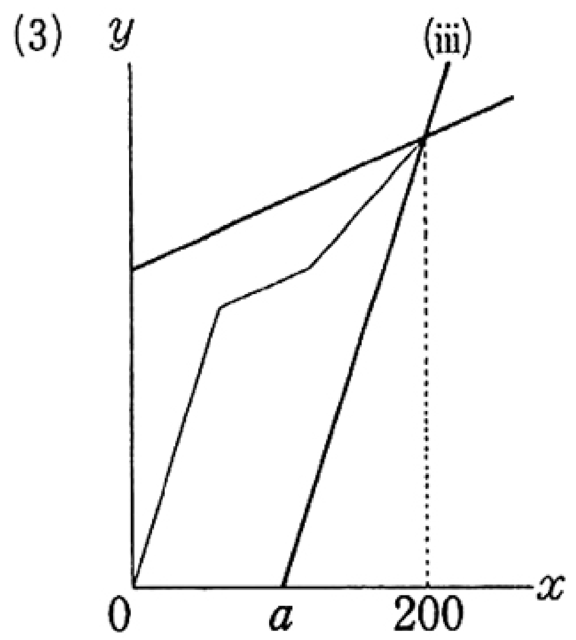
(1)



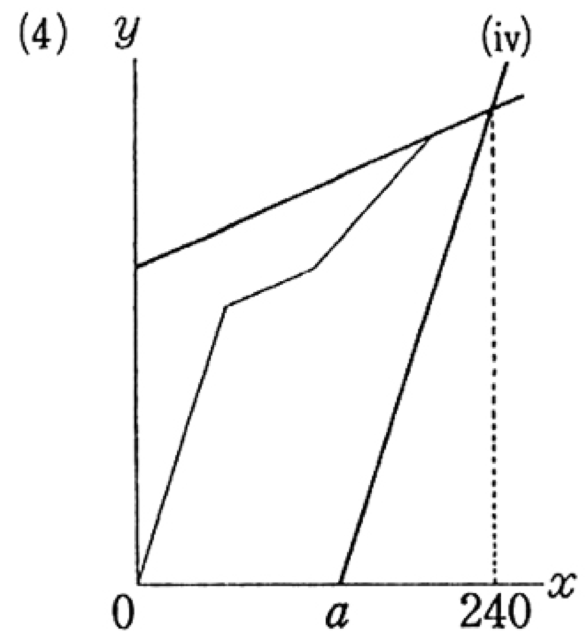
(2)



(3)



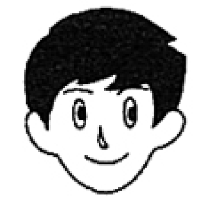
(4)



3

太郎さんたちは，直角のつくり方について，次のように考えた。①～④に答えなさい。

＜太郎さんの考え＞

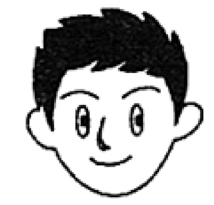


定規とコンパスを使えばつくれるよ。

＜桃子さんの考え＞

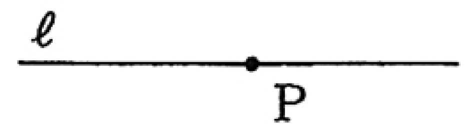
三角形の３辺の長さの割合を３，４，５にすればつくれるわ。

＜拓也さんの考え＞



二等辺三角形を使ってもつくれるよ。

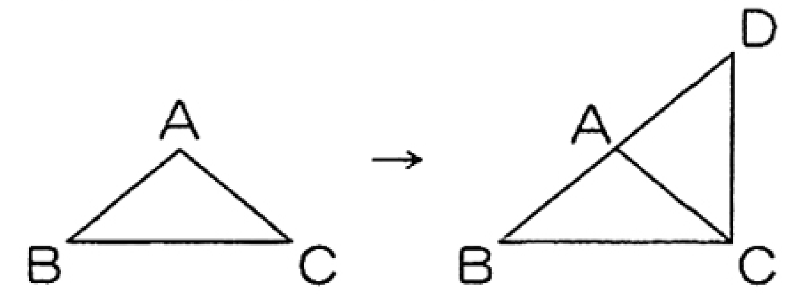
① **＜太郎さんの考え＞**にあるように，定規とコンパスを使って，右の図の点Ｐを通り，直線 ℓ に垂直な直線を作図しなさい。作図に使った線は消さないで残しておきなさい。



② **＜桃子さんの考え＞**にある三角形の３辺の長さには，三平方の定理が成り立つ。この定理を利用して求めることができるのは，(1) ～ (4) のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

(1) 長方形のとなり合った２辺の長さがわかっているときの対角線の長さ
(2) 三角形の底辺の長さと面積がわかっているときの三角形の高さ
(3) 異なる２点の座標がわかっているとき，その２点間の距離
(4) 異なる２点の座標がわかっているとき，その２点を通る一次関数のグラフの傾き

③ 次は，**＜拓也さんの考え＞**を具体的に説明したものである。



左の図のように，ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣをつくる。ＢＡを延長した直線上に，ＡＣ＝ＡＤとなる点Ｄをとり，点Ｃと点Ｄを結ぶと，∠ＢＣＤ＝90°である。

ここで，∠ＢＣＤ＝90°であることを，次のように証明した。 (ア) ， (イ) に当てはまる式は，(1) ～ (5) のうちではどれですか。それぞれ一つずつ答えなさい。

【証明】

∠ＡＢＣ＝∠x とすると，
△ＡＢＣは，ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形だから，
∠ＡＣＢ＝∠x
よって，∠ＣＡＤ＝ (ア) だから，
∠ＡＣＤ＋∠ＡＤＣ＝ (イ)
また，△ＡＣＤは，ＡＣ＝ＡＤの二等辺三角形だから，
∠ＡＣＤ＝90°－∠x
したがって，∠ＢＣＤ＝∠ＡＣＢ＋∠ＡＣＤ＝90°

(1) ∠x　(2) 2∠x　(3) 90°－∠x　(4) 180°－∠x　(5) 180°－2∠x

④ 直角三角形の３辺の長さが，連続する３つの自然数となるものは，3，4，5だけであることの証明を，解答欄の書き出しに続けて書き，完成させなさい。

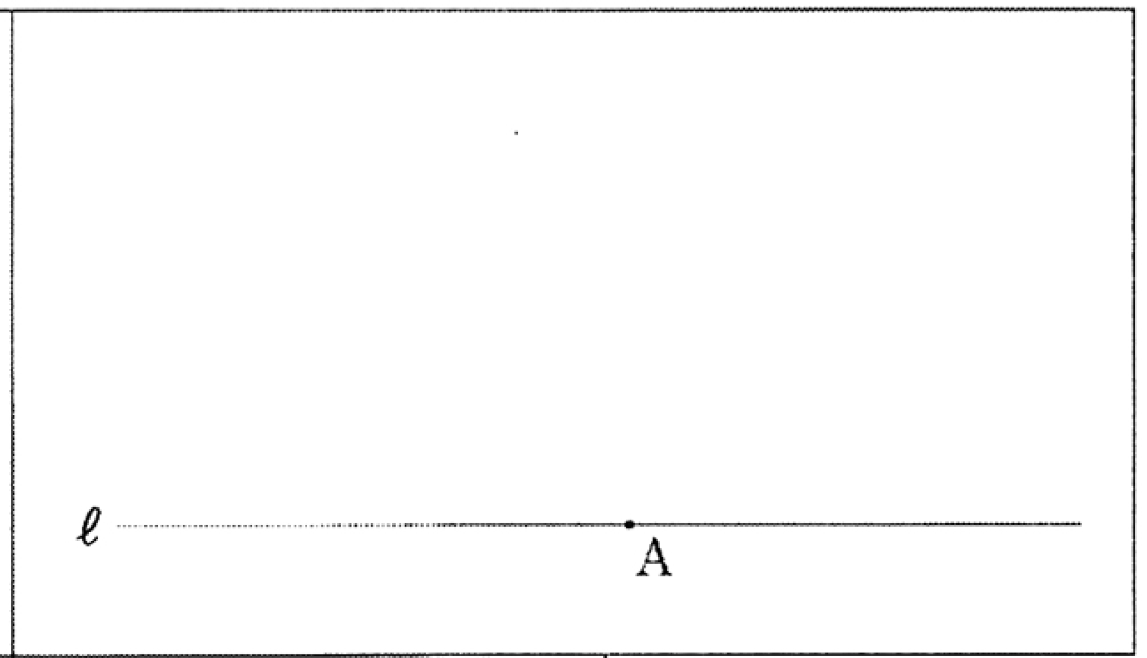
過去問研究２

数学　解答用紙

注意　1　答えに$\sqrt{}$が含まれるときは，$\sqrt{}$をつけたままで答えなさい。
　　　　また，$\sqrt{}$の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
　　　2　円周率はπを用いなさい。

1

①



② (m)

③(1)

③(2)

③(3)

④ (m)

2

① $y=$ (ア)

① (イ) kcal

① $y=$ (ウ)

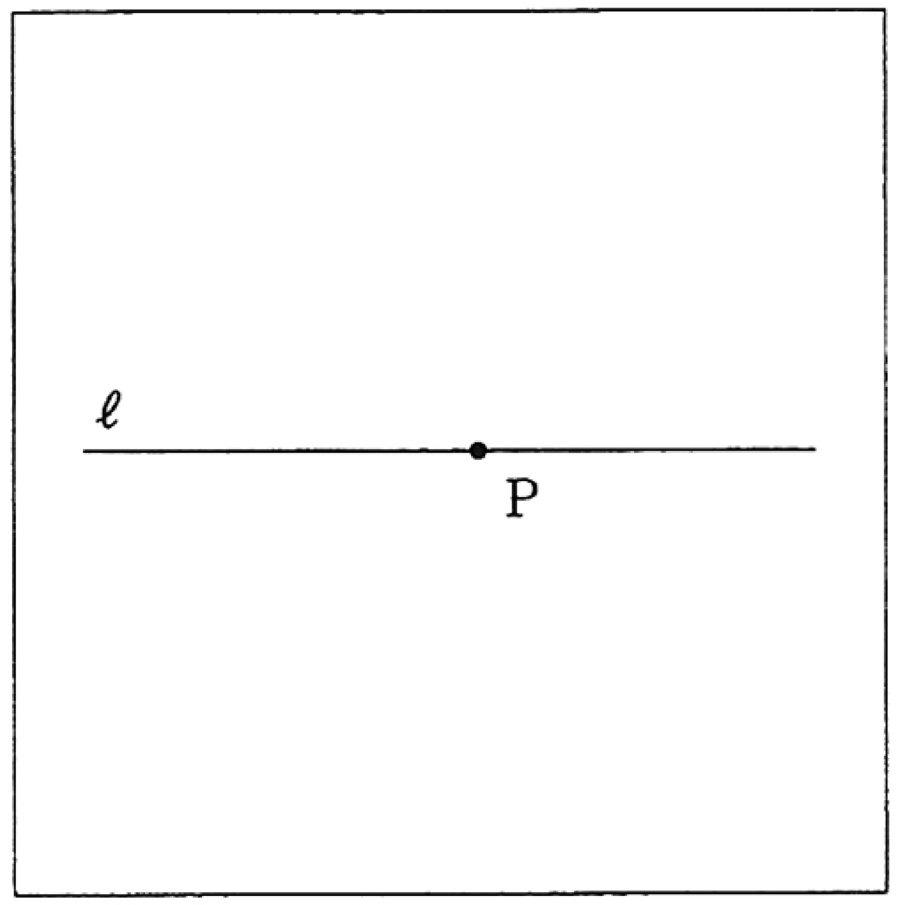
① (エ) 分

② 図

② $a=$

3

①



②

③ (ア)

③ (イ)

④ (証明)

連続する３つの自然数のうち，最も小さい数をnとすると，連続する３つの自然数は，n, $n+1$, $n+2$と表される。最も大きい$n+2$が斜辺の長さとなるので，三平方の定理により，

したがって，直角三角形の３辺の長さが，連続する３つの自然数となるものは，3，4，5だけである。