2020 年度 冬期講習

数 学

高校受験対策講座〔M03R〕

IX EDUCATION

1st Day

問題１　次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。
〈2020 年岡山数学　第１問〉

①　$4+(-8)$

②　$(-18)\div(-3)$

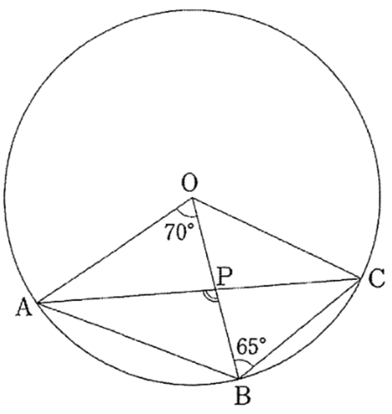
③　$4(2a-b)-(-3a+b)$

④　$6abx\left(-\frac{3}{2}a\right)$

⑤　$\left(1-\sqrt{5}\right)^2$

⑥　方程式 $x^2-x-3=0$ を説きなさい。

⑦　図のように、円 O の円十条に３点 A、B、C がある。四角形 OABC について、対角線の交点を P とする。∠AOB＝70°、∠OBC＝65°のとき、∠APB の大きさを求めなさい。



⑧　３枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも１枚は表となる確率を求めなさい。ただし、表と裏の出方は同様に確からしいものとする。

⑨　次の**図１**、**図２**のような、底面の半径が $r$cm で高さが $2r$cm の円柱（**図１**）と、半径が $r$cm の球（**図２**）がある。[　　　]に当てはまる適当な数は、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

図１の円柱の体積は、**図２**の球の体積の[　　　]倍である。

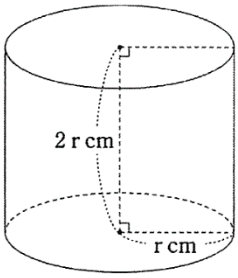


図１

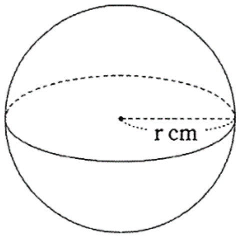


図２

ア　$\frac{3}{2}$　　**イ**　$\frac{4}{3}$　　**ウ**　$\frac{5}{4}$　　**エ**　$\frac{6}{5}$

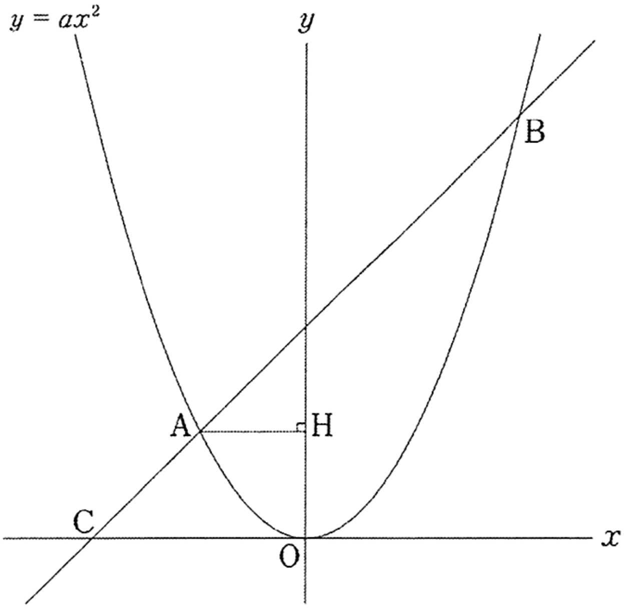
⑩　右の度数分布表は、ある中学校のバスケットボール部が行った 15 試合の練習試合について、１試合ごとの得点の記録を整理したものである。(1)、(2)を求めなさい。

(1)　80 点以上 100 点未満の階級の相対度数。

(2)　度数分布表からわかる得点の平均値

得点(点)	度数(試合)
0以上 ～ 20未満	0
20 ～ 40	1
40 ～ 60	6
60 ～ 80	4
80 ～100	3
100 ～120	1
計	15

問題２　次の図のように、x の値が-2から４まで増加するときの変化の割合が１である関数$y = ax^2$について、グラフ上に２点Ａ、Ｂがあり、点Ａの x 座標は-2、点Ｂの x 座標は４である。また、直線ABと x 軸との交点をＣとする。①、②は指示に従って答えなさい。③、④は[　　　]に適当な数を書きなさい。〈2020年岡山数学　第３問〉



①　変化の割合が正になるのは、**ア～エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア　関数$y = 2x$で、x の値が０から４まで増加するとき。

イ　関数$y = -3x + 4$で、x の値が１から３まで増加するとき。

ウ　関数$y = \frac{6}{x}$で、x の値が３から６まで増加するとき。

エ　関数$y = -x^2$で、x の値が-3から１まで増加するとき。

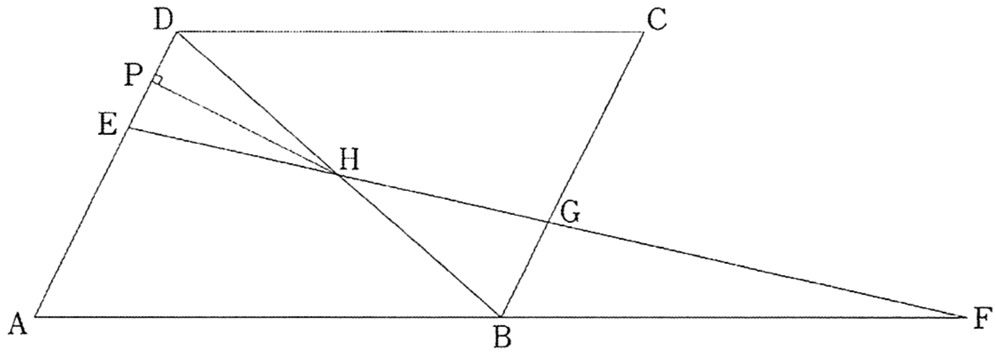
②　a の値は、次のように求めることができる。[　(1)　]には適当な式を書きなさい。また、[　　(2)　　]には a の値を求めなさい。ただし、[　　(2)　　]は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

関数$y = ax^2$について、
$x = -2$のとき、$y = 4a$である。
また、$x = 4$のとき、$y =$[　(1)　]である。
よって、変化の割合について、[　　(2)　　]

③　点Ｃの座標は（[　　　]，０）である。

④　点Ａからy軸にひいた垂線とy軸との交点をＨとする。台形OHACを、直線OHを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は[　(1)　]㎤であり、表面積は[　(2)　]㎠である。ただし、原点Ｏから点(1，0)までの距離、原点Ｏから点(0，1)までの距離をそれぞれ１㎝とする。

問題３　次の図のように、∠DAB が鋭角の平行四辺形 ABCD について、線分 AD を２：１に分ける点を E とする。線分 AB の延長線上に、点 A とは異なる点 F を AB＝BF となるようにとり、点 B と点 F、点 E と点 F をそれぞれ結ぶ。線分 EF と線分 BC の交点を G、線分 EF と平行四辺形 ABCD の対角線 BD の交点を H とする。また、点 H から線分 AD にひいた垂線と線分 AD との交点を P とする。①、②は指示に従って答えなさい。③は[　　　]に適当な数を入れなさい。



①　四角形が平行四辺形にならない場合があるのは、**ア〜エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　１組の向かい合う辺が、長さが等しくて平行であるとき。

イ　２本の対角線が、それぞれの中点で交わるとき。

ウ　２本の対角線が、長さが等しくて垂直に交わるとき。

エ　２組の向かいあう角が、それぞれ等しい時。

②　BG＝ED は、次のように導くことができる。[　(1)　]には、△AFE∽△BFG の証明の課程を書きなさい。また、[　(2)　]には適当な数を書きなさい。

△AFE と△BFG において、

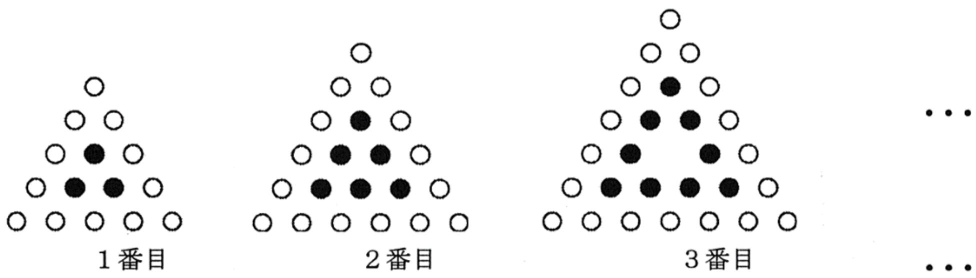
[　　　　　　　　　　　　(1)　　　　　　　　　　　　]

△AFE∽△BFG である。

よって、この結果より、BG＝[　(2)　]AE となるので、BG＝ED である。

③　AD＝15 ㎝、DH＝EH、△BFG の面積が $20\sqrt{6}$ ㎠のとき、線分 HP の長さは[　(1)　]㎝であり、線分 AB の長さは[　(2)　]㎝である。

問題４　下の図の１番目、２番目、３番目、…のように、黒い碁石と白い碁石をそれぞれ規則正しく並べて三角形が二重になった形をつくる。三角形の各辺には、同じ個数の碁石を並べるものとして、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。〈規則性に関する問題　高知〉



(1)　黒い碁石を 15 個使って三角形の形をたくさん作ったときの白い碁石の個数を求めよ。

(2)　n 番目のときの白い碁石の個数を、n の式で表せ。

2nd Day

問題１　次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。〈2019 年岡山数学　第１問〉

①　$-3-(-5)$

②　$(-2)\times 6$

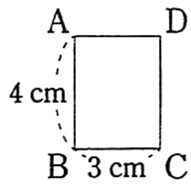
③　$2(a-2b)-(a+b)$

④　$9a^2 \div 3a$

⑤　$(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$

⑥　方程式 $x^2+3x-1=0$ を解きなさい。

⑦　２点(1，1)、(3，－3)を通る直線の式を求めなさい。



⑧　右の図のような、AB＝4 ㎝、BC＝3 ㎝の長方形 ABCD がある。この長方形を、辺 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

⑨　右の図のような立方体がある。面 ABCD 上の線分 AC と面 BFGC 上の線分 BG の長さについて、正しく述べられている文は、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　線分 AC の方が長い。
イ　線分 BG の方が長い。
ウ　線分 AC と線分 BG の長さは等しい。
エ　どちらが長いかは、問題の条件だけでは決まらない。

⑩　同じ大きさの玉がたくさん入っている袋がある。この袋の中から 30 個の玉を取り出し、その全部に印をつけても戻した。その後、袋の中をよくかき混ぜ、50 個の玉を無策に抽出すると、印をつけた球が 5 個含まれていた。はじめに袋の中に入っていた玉のおよその個数として最も適当なのは、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　およそ 250 個　　**イ**　およそ 300 個　　**ウ**　およそ 350 個　　**エ**　およそ 400 個

問題２　社会の授業で検知について学習した太郎さんは、昔の土地〈**測量方法**〉に興味をもち、江戸時代の土地の測量の様子を表した図１をもとに、台形の土地を図２のように模式化して考えた。①〜③に答えなさい。〈2019 年岡山数学　第３問〉

＜測量方法＞

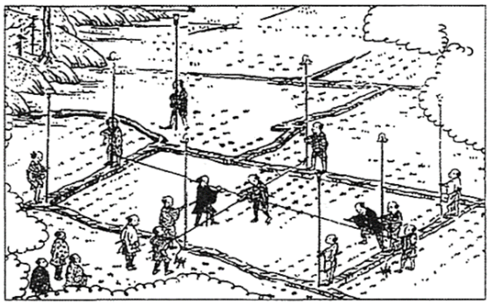


図１（「徳川幕府県治要略」から）

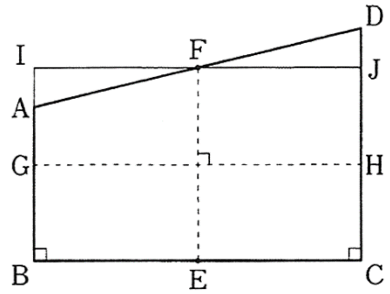


図２

・ＡＢ＜ＣＤ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＣＢ＝90°である台形ＡＢＣＤについて，(あ)<u>線分ＢＣの中点Ｅ</u>と<u>線分ＡＤの中点Ｆをとり，線分ＥＦの位置に縄を張る。</u>

・線分ＡＢ，ＣＤ上にそれぞれ点Ｇ，Ｈを，ＥＦ⊥ＧＨとなるようにとり，線分ＧＨの位置に縄を張る。

・(い)<u>張った２本の縄の長さの積（ＥＦ×ＧＨ）が，その土地（台形ＡＢＣＤ）の面積となる</u>。

①　下線部(あ)の点Ｅを、定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

②　下線部(い)について、太郎さんは〈**測量方法**〉で図２の台形 ABCD の面積を求めることができる理由を、次のように説明した。[　　　　　]に△AFI≡△DFJ の証明の課程を書き、〈**説明**〉を完成させなさい。

＜説明＞

点Ｆを通り，線分ＢＣに平行な直線と直線ＡＢ，ＣＤとの交点をそれぞれＩ，Ｊとする。
△ＡＦＩと△ＤＦＪにおいて，

[　　　　　　　　　　　　　　　　]

△ＡＦＩ≡△ＤＦＪである。したがって，△ＡＦＩ＝△ＤＦＪであり，台形ＡＢＣＤの面積は長方形ＩＢＣＪの面積と等しくなるから，張った２本の縄の長さの積（ＥＦ×ＧＨ）が，その土地（台形ＡＢＣＤ）の面積となる。

③　図３のような五角形 PQRST がある。線分 RS の中点を U、線分 PU と線分 QT との交点を V、線分 PV、VU の中点をそれぞれ W、X とする。PV＜VU、QV＝VT、∠PVT＝∠STV＝90°　であるとき、線分の長さや面積の関係について、<u>正しくない</u>ものは、**ア〜エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

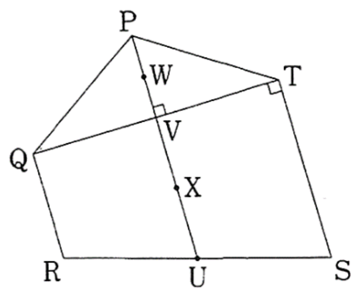


図３

ア　QR＋TS＝2VU
イ　(四角形 QRST の面積)＝QT×VU
ウ　(五角形 PQRST の面積)＝QT×PX
エ　(五角形 PQRST の面積)＝QT×WU

問題３　絵里さんと桃子さんは、連続する３つの自然数の性質について考えた。次の会話を読んで、①～④に答えなさい。〈2019 年岡山数学　第４問〉

絵里：連続する３つの自然数の和は、どのような数になるのかな。

桃子：連続する３つの自然数が 1、2、3 のとき、その和は 6 になるね。2、3、4 のとき、その和は 9 になるね。連続する３つの自然数の和は、いつでも３の倍数になりそうよ。

先生：連続する３つの自然数について、積も含めて考えると、ほかにも様々な性質がありそうですね。

①　下線部について、絵里さんは次のように確かめた。[　(1)　]、[　(2)　]に適当な式を書き入れなさい。

連続する３つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、中央の自然数は $n+1$、最も大きい自然数は[　(1)　]と表される。このとき、連続する３つの自然数の和は、

$n+n+1+$ [　(1)　]＝3([　(2)　])となり、[　(2)　]は自然数だから、3([　(2)　])は３の倍数である。

したがって、連続する３つの自然数の和は、いつでも３の倍数になる。

②　連続する３つの自然数の性質について、正しく述べられている文は、**ア～エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

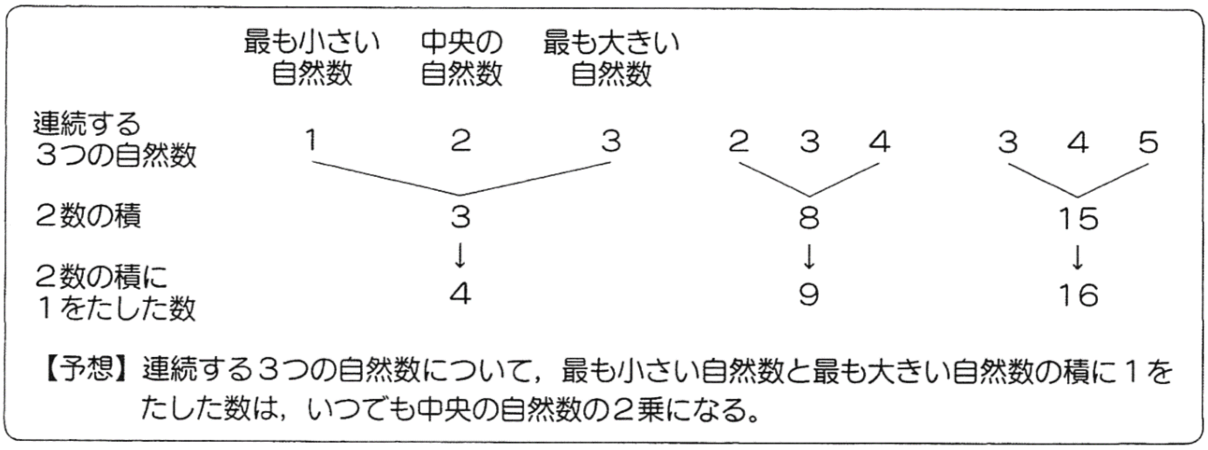
ア　連続する３つの自然数の和は、いつでも奇数になる。

イ　連続する３つの自然数の和は、いつでも偶数になる。

ウ　連続する３つの自然数の和は、いつでも中央の自然数の３倍になる。

エ　最も小さい自然数と最も大きい自然数の和は、いつでも中央の自然数の２倍になり。

③　先生の話を聞いた２人は、次のメモのように考え、連続する３つの自然数の性質を予想した。



メモの**【予想】**は次のように説明できる。[　　　　　]に n を使った式を用いて**【予想】**が正しいことを示し、**〈証明〉**を完成させなさい。

〈証明〉

連続する３つの自然数の内、最も小さい自然数を n とすると、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に１をたした数は、[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

したがって、**【予想】**が正しことが示された。

④　連続する３つの自然数について、最も小さい自然数と最も大きい自然数の積に 1 をたした数が 324 となるとき、連続する３つの自然数を求めなさい。

問題4　大輝さんと真衣さんは、次のように動く図形が重なった部分の面積について考えた。①～③に答えなさい。〈2019 年岡山数学　第 5 問〉

図 1 のように、AB＝BC＝8 ㎝、∠ABC＝90°の直角二等辺三角形 ABC と、DE＝8 ㎝、EF＝4 ㎝の長方形 EDFG が直線 ℓ 上にあり、点 C と点 E は重なっている。図 2 のように、長方形 DEFG を固定し、△ABC が直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 1 ㎝の速さで動く。図 3 のように、点 B が点 F と重なった時、△ABC は止まる。△ABC が動き始めてから t 秒後の△ABC と長方形 DEFG が重なった部分を **P** とする。

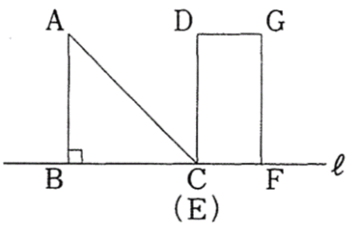


図 1

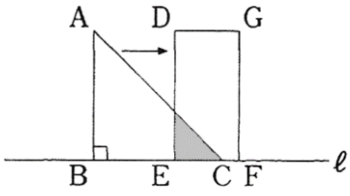


図 2

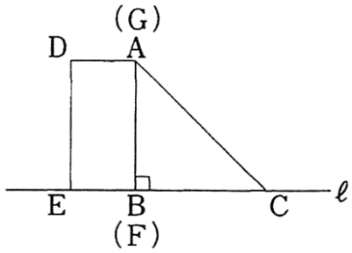


図 3

＜大輝さんの考え＞

【△ＡＢＣが動き始めてから t 秒後のＰの面積】

（ⅰ）点Ｃが線分ＥＦ上にあるとき

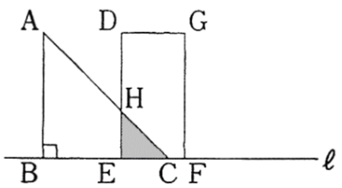
t のとりうる値の範囲は $0 \leqq t \leqq$ $\boxed{(1)}$ である。

線分ＡＣと線分ＤＥとの交点をＨとすると，

Ｐは直角二等辺三角形であり，

ＣＥ＝ＥＨ＝ $\boxed{(2)}$ cm だから，

Ｐの面積は $\boxed{(3)}$ cm^2 と表される。



（ⅱ）２点Ｂ，Ｃが線分ＥＦ上にないとき

t のとりうる値の範囲は $\boxed{(1)}$ $< t < 8$ である。

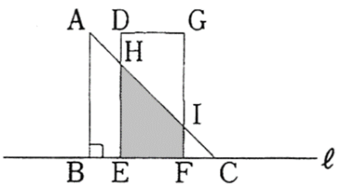
線分ＡＣと線分ＧＦとの交点をＩとすると，

Ｐは台形であり，

ＥＨ＝ $\boxed{(2)}$ cm，ＦＩ＝ $\boxed{(4)}$ cm，

ＥＦ＝4 cm だから，

Ｐの面積は $\boxed{(5)}$ cm^2 と表される。



(あ)<u>（ⅲ）点Ｂが線分ＥＦ上にあるとき</u>

① ［ (1) ］～［ (5) ］に適当な数または t を使った式を書き入れなさい。

② 下線部(あ)について、真衣さんは次のように考えた。［ (6) ］には t を使った式を書き入れなさい。また、［ (7) ］には下線部(い)の考えに従って **P** の面積を求め、〈**真衣さんの考え**〉を完成させなさい。ただし、［ (7) ］は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜真衣さんの考え＞

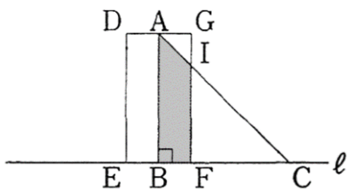
（ⅲ）点Ｂが線分ＥＦ上にあるとき

t のとりうる値の範囲は $8 \leqq t \leqq 12$ である。

Ｐの面積は，(い)<u>△ＡＢＣの面積から△ＩＦＣの面積をひいて求めることができる。</u>

ＣＦ＝ $\boxed{(6)}$ cm だから，**Ｐ**の面積は，

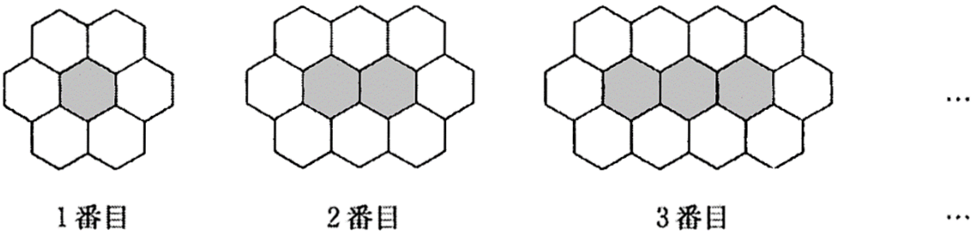
(7)



③ Ｐの面積が 14 ㎠となるき、t の値をすべて求めなさい。

問題５　灰色と白色の紙で、同じ大きさの正六角形をたくさん用意した。下の図のように、灰色の正六角形を１個、２個、３個、…と横一列に１個ずつ順に増やして並べ、それらを取り囲んで白色の正六角形をすき間なく並べた。このときできた図形を、１番目、２番目、３番目、…とし、正六角形の数と正六角形の互いに重なった辺の数を下の表にまとめた。

正六角形の数をN、正六角形の互いに重なった数をSとするとき、次の(1)～(3)に答えなさい。
〈規則性の問題　新潟〉



	1番目	2番目	3番目	…
正　六　角　形　の　数 (N)	7	10	13	…
正六角形の互いに重なった辺の数 (S)	12	19	26	…

問１　６番目の図形で、NとSの値をそれぞれ答えなさい。

問２　k 番目の図形で、Nの値を k を用いて表しなさい。

問３　N＝61のとき、Sの値を求めなさい。

3rd Day

問題１　次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。〈2017 年岡山数学　第１問〉

①　$-3+6$

②　$7\times(-6)$

③　$3(2a+b)-(a+2b)$

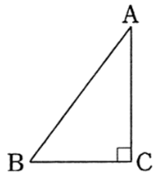
④　$8ab\div(-4b)$

⑤　$(\sqrt{10}+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{5})$

⑥　$x^2+2x-24$ を因数分解しなさい。

⑦　関数 $y=ax^2$ について、$x=3$ のとき、$y=18$ である。このとき、a の値を求めなさい。

⑧　右の図のような、AC＝4 ㎝、BC＝3 ㎝、∠ABC＝90°の直角三角形 ABC がある。
この直角三角形を、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



⑨　１個のさいころを続けて投げたところ、はじめから 2 回続けて奇数の目が出た。さらにもう 1 回投げるとき、奇数の目が出る確率と偶数の目が出る確率について、正しく述べられている文は、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、どの目が出ることも同様に確からしいとする。

ア　奇数の目が出る確率の方が、偶数の目が出る確率よりも大きい。
イ　奇数の目が出る確率の方が、偶数の目が出る確率よりも小さい。
ウ　奇数の目が出る確率と偶数の目が出る確率は等しい。
エ　奇数の目が出る確率と偶数の目が出る確率の大小は、問題の条件だけでは決まらない。

⑩　同じ大きさの白色とオレンジ色の卓球の玉があわせて 500 個入っている箱がある。この箱の中から 30 個の玉を無作為に抽出すると、白色の玉が 12 個含まれていた。この箱に入っていた 500 個の玉のうち、白色の玉のおよその個数として最も適当なのは、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　およそ 150 個　　　**イ**　およそ 200 個
ウ　およそ 250 個　　　**エ**　およそ 300 個

問題２　次の図のように、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に２点 A、B があり、点 A の x 座標は-2、点 B の y 座標は４である。ただし、点 B の x 座標は正とする。また、２点 A、B を通る直線を ℓ とする。原点 O と点 A、B とをそれぞれ結ぶ。①～③の[　　　]に適当な数または式を書き入れなさい。④は指示に従って答えなさい。〈2018 年岡山数学　第３問〉

①　点 A の座標は(-2, [　(1)　])であり、点 B の座標は([　(2)　], 4)である。

②　直線 ℓ の式は $y=$ [　　　　]である。

③　線分 AB の長さは[　　　　]である。

④　点 O と直線 ℓ との距離は、次のように求めることができる。[　(1)　]には適当な数を書き入れなさい。また、[　(2)　]には点 O と直線 ℓ のの距離を求めなさい。ただし、[　(2)　]は答えを求めるまでの課程も書きなさい。

点 O から直線 ℓ に垂線 OH をひくと、線分 OH の長さが、点 O と直線 ℓ との距離である。△OAB の面積は[　(1)　]だから、△OAB について、[　　　　　　　　(2)　　　　　　　　]

問題３　大輝さんは、ものの重さをはかる道具として、昔からさお秤が使われていたことを知り、身近な材料でさお秤をつくり、そのしくみについて調べた。①～③に答えなさい。
〈2017 年岡山数学　第３問〉

＜さお秤のしくみ＞

図１のように，まっすぐで細長い棒に，ひもを取り付けて固定し，その位置を支点Oとする。また，紙皿とおもり 200 g をつるす位置をそれぞれ点A，点Bとする。ただし，棒，ひも，紙皿の重さは考えないものとする。

ある物体を紙皿に置き，棒が水平になってさお秤がつり合うように，点Aまたは点Bの位置を左右に動かす。さお秤がつり合うとき，

（物体の重さ（g））×（OA間の距離（cm））＝（おもりの重さ（g））×（OB間の距離（cm））

という関係が成り立つことを利用して，物体の重さをはかることができる。

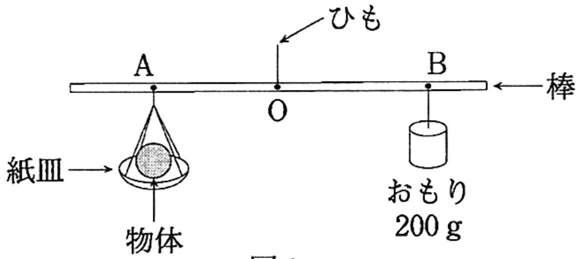


図１

①　次の[　(1)　]、[　(2)　]に適当な数または式を書き入れなさい。

OA 間の距離が 20 ㎝となる位置に点 A を固定する。ある物体を紙皿に置き、点 B の位置を動かすと、さお秤がつり合った。このとき、OB 間の距離を x ㎝、物体の重さを y g とすると、x と y の関係を表す式は、$y=$ [　(1)　]となる。したがって、このさお秤で 80 g のものをはかるには、OB 間の距離を[　(2)　]㎝にすればよいことがわかる。

②　図２のように、OB 間の距離が 30 ㎝となる位置に点 B を固定する。ある物体を紙皿に置き、点 A の位置を動かすと、さお秤がつり合った。次に、この物体の重さの３倍のものをはかるにはどうすればよいか。次の**ア**、**イ**のうち、正しいものを一つ選び、それが正しいことの理由を、〈**さお秤のしくみ**〉の［　　　］で表される関係をもとに説明しなさい。

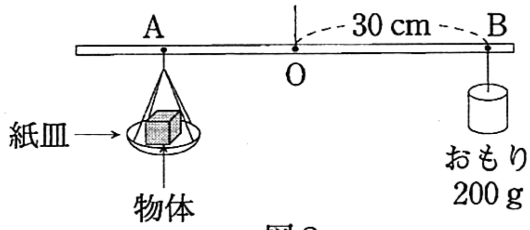
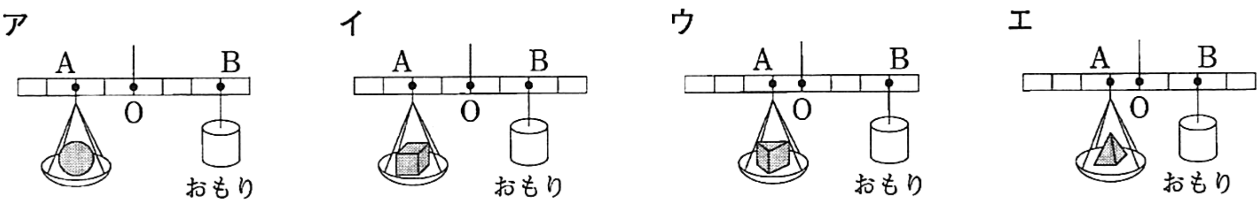


図２

ア　OA 間の距離を３倍にする。　　**イ**　OA 間の距離を $\frac{1}{3}$ 倍にする。

③　次のア～エのさお秤は、それぞれ重さの異なる物体を紙皿に置いてつり合っている。最も重い物体が置いてあるさお秤は、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、棒の目盛りの間隔はすべて等しく、おもりはすべて 200 g とする。



問題4　クラスの掲示係の誠さんと良子さんは、同じ大きさの掲示物を並べて貼るときの、掲示物の枚数と必要な画びょうの個数の関係について考えた。①～③に答えなさい。

〈2017年岡山数学　第4問〉

【誠さんの貼り方】

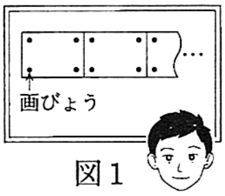


図1

図1のように，掲示物を横一列に隙間なく並べて，四隅を画びょうを使って貼る。

【良子さんの貼り方】

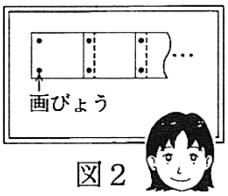


図2

図2のように，掲示物を横一列に，その一部が重なるように並べて，四隅を画びょうを使って貼る。

①　掲示物を横一列に張るとき、掲示物の枚数と2人の貼り方で必要な画びょうの個数の関係をそれぞれ調べると、表のようになった。[　(1)　]、[　(2)　]に適当な数を書き入れよ。

掲示物の枚数（枚）		1	2	3	4	…
必要な画びょうの個数（個）	【誠さんの貼り方】	4	8	(1)	16	…
	【良子さんの貼り方】	4	6	8	(2)	…

②　n 枚の掲示物を横一列に張るとき、2人の貼り方で必要な画びょうの個数について、次のように確かめた。[　(3)　]～[　(5)　]に適当な数または式を書き入れなさい。ただし、n は自然数とする。

【誠さんの貼り方】では，4×(掲示物の枚数) 個必要だから，n を使って $\boxed{(3)}$ 個と表される。

【良子さんの貼り方】では，図3のように，画びょうの横一列を囲んで考える。横一列の囲みを1つのまとまりとすると，1つのまとまりの画びょうの個数は，n を使って $\boxed{(4)}$ 個と表される。同じまとまりが2つあるので，必要な画びょうの個数は，n を使って $2\times(\boxed{(4)})$ 個と表される。

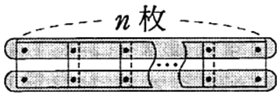


図3

したがって，10枚の掲示物を横一列に貼るとき，必要な画びょうの個数は，【良子さんの貼り方】の方が【誠さんの貼り方】よりも $\boxed{(5)}$ 個少なくなることがわかる。

③　縦 n 枚、横 n 枚、合計 n^2 枚の掲示物を貼るとき、2人の貼り方で必要な画びょうの個数について、次のように確かめた。[　(6)　]～[　(8)　]に適当な数または式を書き入れなさい。

【誠さんの貼り方】

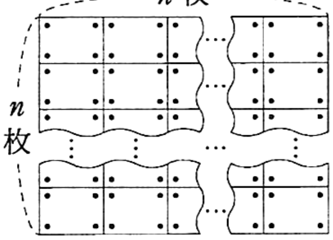


図4

図4のように，掲示物を横方向と縦方向に，隙間なく並べて，四隅を画びょうを使って貼る。

【良子さんの貼り方】

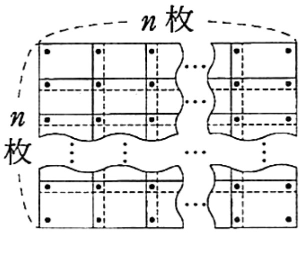


図5

図5のように，掲示物を横方向と縦方向に，その一部が重なるように並べて，四隅を画びょうを使って貼る。

必要な画びょうの個数は、【誠さんの貼り方】では、n を使って[　(6)　]個、【良子さんの貼り方】では、n を使って[　(7)　]個と表される。

したがって、必要な画びょうの個数について、【良子さんの貼り方】の方が【誠さんの貼り方】よりも39個少ないとき、n の値は[　(8)　]であることがわかる。

4th Day

問題１　次の①～⑤の計算をしなさい。⑥～⑩は指示に従って答えなさい。〈2015 年岡山数学　第１問〉

①　$4-7$

②　$(-2)\times(-5)$

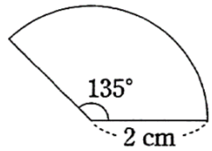
③　$2(3a+b)-(a-2b)$

④　$12ab^2 \div 4ab$

⑤　$\left(\sqrt{2}+3\right)\left(\sqrt{2}+5\right)$

⑥　方程式 $x^2-5x+3=0$ を解きなさい。

⑦　右の図のような、半径 2 ㎝、中心角 135°のおうぎ形がある。このおうぎ形の面積を求めなさい。

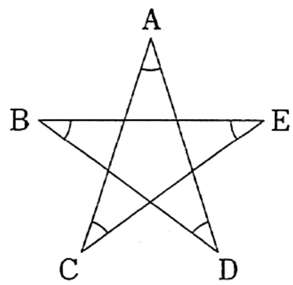


⑧　3 枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも 1 枚は裏となる確率を求めなさい。

⑨　同じ大きさの白玉だけがたくさん入っている袋がある。この袋の中に、白玉と同じ大きさの黒玉 50 個を入れ、よくかき混ぜた後、その中から 30 個の玉を無作為に抽出すると、黒玉が 5 個含まれていた。はじめに袋の中に入っていた白玉のおよその個数として最も適当なのは、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

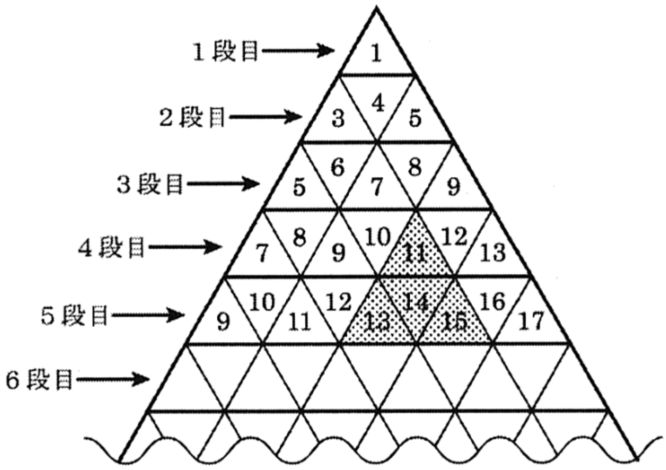
ア　およそ 150 個　　**イ**　およそ 200 個
ウ　およそ 250 個　　**エ**　およそ 300 個

⑩　右の図のような、5 点 A、B、C、D、E を直線で結んだ星形の図形がある。印をつけた 5 つの角の和を求めなさい。

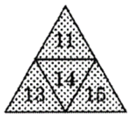


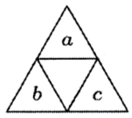
問題２　図のように、同じ大きさの正三角形のタイルをすき間なく並べ、20 段の大きな正三角形をつくる。格段の左端のタイルには、1 段目から帰趨を、1、3、5、…と順に書き、各段のタイルには、左端のタイルに書かれた数からはじまる自然数を順に書く。例えば、3 段目は、左端のタイルに書かれた数が 5 であるので、これに続けて 6、7、8、9 と書く。

次の(1)～(4)に答えなさい。〈規則性の問題　兵庫〉



(1)　6 段目の左端から 4 番目のタイルに書かれている数を答えなさい。

(2)　大きな正三角形の中で、

のように、上の段のタイル 1 枚と下の段のタイル 3 枚のあわせて 4 枚のタイルからなる正三角形を考える。このタイルに書かれた数を 

のように、上の段を a とし、下の段の左側を b、右側を c とする。このとき、b、c をそれぞれ a を使って表しなさい。

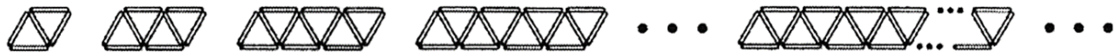
(3)　45 と書かれたタイルが右端にあるのは何段目か、答えなさい。

(4)　45 と書かれたタイルは全部で何枚あるか、答えなさい。

問題３　同じ長さのストローを使って、図形を規則的につくる。このとき、次の①・②に答えなさい。
〈規則性の問題　愛媛〉

①　下の**図１**の１番目、２番目、３番目、４番目、…、m 番目、…のように図形をつくり、ストローの本数を調べ、下のような**表**をつくる。(1)、(2)に答えなさい。

図１



１番目　２番目　３番目　４番目　m番目

表

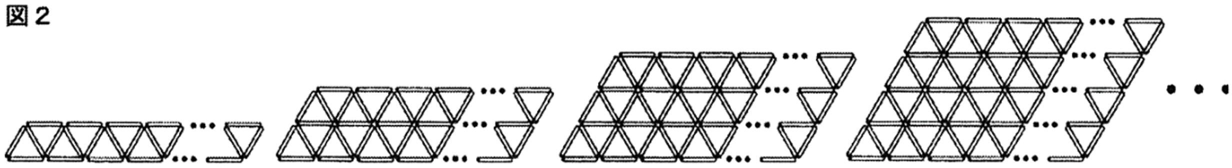
	１番目	２番目	３番目	４番目	・・・
ストローの本数（本）	5	9	13	17	・・・

(1)　５番目の図形のストローは何本か。

(2)　m 番目の図形のストローは何本か。m を使って表せ。

②　①の**図１**の m 番目の図形を１段の図形として、下の**図２**の１段、２段、３段、４段、…のように、図形をつくる。(1)、(2)に答えなさい。

図２



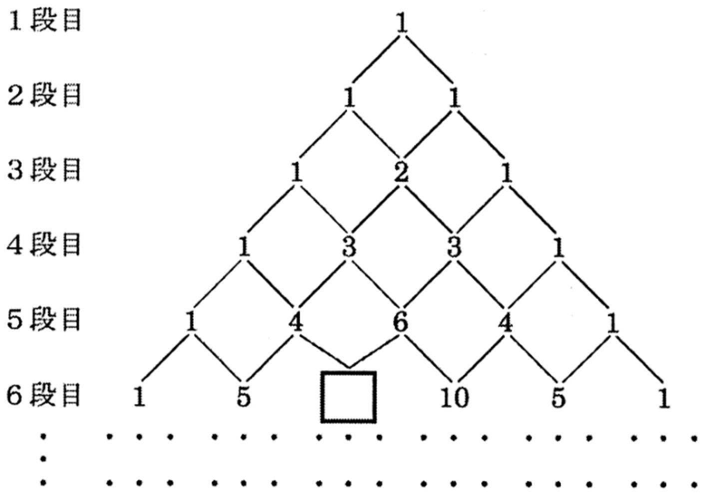
１段　２段　３段　４段

(1)　１段から２段、２段から３段、３段から４段、…のように、段数が１段ずつ増えると、ストローは何本ずつ増えるか。m を使って表せ。

(2)　m 番目の図形のストローは何本か。m を使って表せ。

問題４　下の図のように数が並んでいる。数の並びの規則性に着目して、次の各問いに答えなさい。(1)～(3)に答えなさい。

〈規則性の問題　沖縄〉



(1)　□にあてはまる数を求めなさい。

(2)　7段目のすべての数の和を求めなさい。例えば、4段目の全ての数の和とは $1+3+3+1$ であるから8となる。

(3)　n 段目のすべての数の和が1024であるとき n を求めなさい。

問題１　次の①～⑨の[　　　　　]に適当な数または式を書き入れ、⑩では指示に従って答えなさい。
〈2013 年岡山数学　第 1 問〉

①　$5-(-4)$ を計算すると[　　　　　]になる。

②　$8\times(-3)$ を計算すると[　　　　　]になる。

③　$10a^2b\div 5ab$ を計算すると[　　　　　]になる。

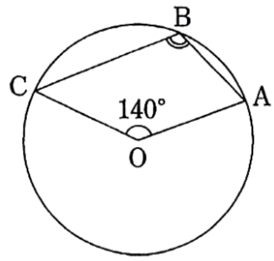
④　$\sqrt{2}+\frac{4}{\sqrt{2}}$ を計算すると[　　　　　]になる。

⑤　x^2-5x+6 を因数分解すると[　　　　　]になる。

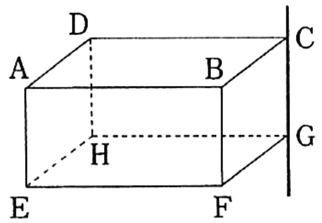
⑥　関数 $y=ax^2$ について、$x=2$ のとき $y=12$ である。このとき、定数 a の値は[　　　　　]である。

⑦　半径が 2 ㎝の球の体積は[　　　　　]㎤である。

⑧　右の図のように、円 O とその円周上に 3 点 A、B、C がある。四角形 OABC の内角について、∠AOC が 140°であるとき、∠ABC の大きさは[　　　　　]°である。



⑨　右の図のような、直方体 ABCD-EFGH がある。この直方体のすべての辺のうち、直線 CG とねじれの位置にある辺は全部で[　　　　　]である。

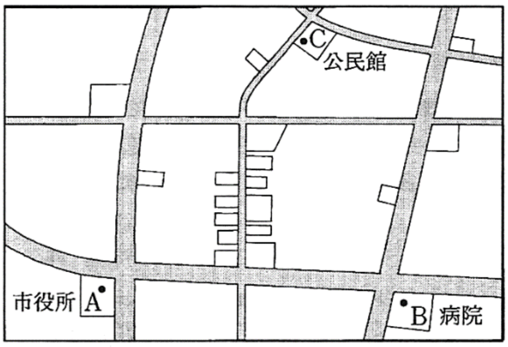


⑩　赤玉と白玉があわせて 400 個入っている袋から、無作為に 20 個の玉を取り出して赤玉の個数を数えると 5 個であった。この袋に入っていた 400 個の玉のうち、赤玉のおよその個数として最も適当なのは、**ア～エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。(出題者改題)

ア　およそ　50 個　　　**イ**　およそ 100 個
ウ　およそ 150 個　　　**エ**　およそ 200 個

問題２　絵里さんと桃子さんは、宝探しイベントに参加した。次は、地図とメッセージカードを見ながら宝の場所について考えている２人の会話である。①〜③に答えなさい。

〈2017 年岡山数学　第５問〉



地図

<メッセージカード>
- 宝は，３点Ａ（市役所），Ｂ（病院），Ｃ（公民館）からの直線距離が等しい場所にあります。
- 宝が入っている箱を開けるには，暗証番号が必要です。
- 暗証番号は，点Ａ（市役所）から宝の場所までの実際の直線距離（m）で，４けたの整数です。
- 地図上の直線距離は，AB＝14 cm，BC＝13 cm，CA＝15 cm です。
- 地図は２万分の１の縮尺で，高低差は考えないものとします。

絵里：地図中の３点 A、B、C をそれぞれ結んで模式化した図で考えてみましょう。

桃子：宝の場所は、図１のように、(あ)<u>３点 A、B、C を通る円の中心 O</u> の位置ね。

絵里：暗証番号は、円の半径 OA の長さがわかれば、計算して求めることができるわ。

桃子：図１において、円 O をかき、点 O と点 A、点 O と点 C のそれぞれを結ぶ。点 O、C から線分 AC、AB にそれぞれ垂線 OD、CE をひくと、図２のようになるね。

絵里：(い)<u>△OAD∽△BCE</u> だから、相似比を使うと、線分 OA の長さを求めることができそうよ。

桃子：そのためには、線分 CE の長さも必要ね。線分 BE の長さを x cmとすると、線分 AE の長さは x を使って[　(う)　]cmと表されるよ。△ACE と△BCE は直角三角形だから、三平方の定理より $x=$ [　(え)　]となり、線分 OA の長さがわかるわ。

絵里：地図は２万分の１の縮尺だから、実際の直線距離を計算すると、暗証番号は[　(お)　]ね。

桃子：それでは、宝を探しに行きましょう。

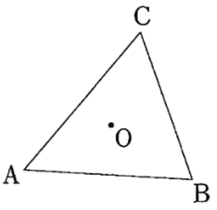


図１

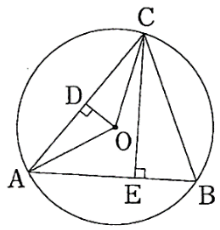


図２

①　下線部(あ)の中心 O を、定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

②　下線部(い)を絵里さんは次のように証明した。[　(1)　]には適当な式を書き入れなさい。また、[　(2)　]には証明の続きを書き、〈**証明**〉を完成させなさい。

〈**証明**〉

△OAD と△BCE において、

△OAC は、OA＝OC の二等辺三角形だから、∠OAC＝∠OCA

また、OD⊥AC だから、∠ODA＝∠ODC＝90°　よって、∠AOD＝∠COD

∠AOD＝∠a とすると、∠AOC の大きさは∠a を使って、∠AOC＝[　(1)　]と表される。

[　　　　　　　　　　　　　　(2)　　　　　　　　　　　　　　]

③　[　(う)　]〜[　(お)　]に適当な数または式を書き入れなさい。

問題３　次は、教室の黒板を見る位置について考えている大輝さんたちの会話である。①～④に答えなさい。〈2016 年岡山数学　第５問〉

大輝：黒板に向かって中央の列では、黒板に近い方が広く見えますが、端の列でもそうですか。

先生：それでは、図１のように、教室を真上から見た図で考えてみましょう。黒板に向かって左端の列から黒板の左端と右端を見たときの間の角を$\angle x$ とします。$\angle x$ の大きさが最大になる位置を、黒板が最も広く見える位置として考えてみましょう。

良子：その位置は、(あ)円の性質を利用するとわかりそうですね。

大輝：そうですね。図１を図２のように模式化して、(い)直線ℓに垂直な直線 m 上の２点 B、C を通り、直線ℓに接する円 O をかきます。接点をＤとし、点Ｂと点Ｄ、点Ｃと点Ｄをそれぞれ結んでできる∠BDC が、$\angle x$ の大きさが最大になる角ですね。

良子：(う)△ACD∽△ADB だから、相似比を使うと、黒板が最も広く見える位置がどこかわかりますね。

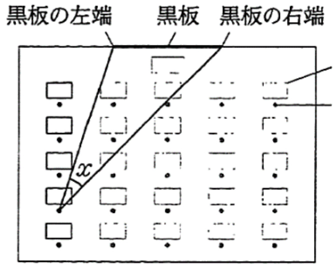


図１

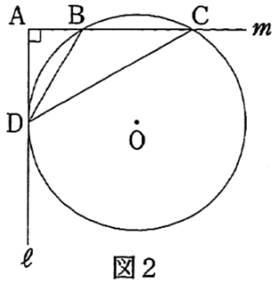


図２

直線 ℓ	**黒板に向かって左端の列**
直線 m	**黒板が設置されている壁**
点Ａ	**２直線 ℓ，m の交点**
点Ｂ	**黒板の左端**
点Ｃ	**黒板の右端**
点Ｄ	**直線 ℓ と円Ｏの接点**

①　下線部(あ)に関連して、右の図３のように、円周上に３点 P、Q、R があり、直線 PQ について、点 R と同じ側の円 O の外部に点 S がある。∠PQR＝$\angle a$、∠PSQ＝$\angle b$ とするとき、$\angle a$ と$\angle b$ の大小関係を表したものとして最も適当なのは、**ア～ウ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　$\angle a < \angle b$　　**イ**　$\angle a = \angle b$　　**ウ**　$\angle a > \angle b$

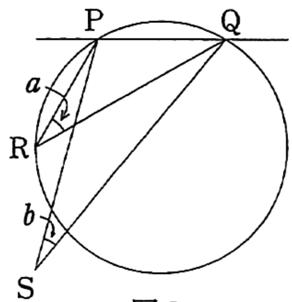


図３

②　下線部(い)の中心 O は線分 BC の垂直二等分線上にある。このことを利用して、中心 O を定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

③　下線部(う)を良子さんは次のように説明した。[　(1)　]、[　(2)　]に当てはまる式として最も適当なのは、**ア～オ**のうちではどれですか。それぞれ一つ答えなさい。また、[　(3)　]には証明の続きを書き、〈**証明**〉を完成させなさい。

〈**証明**〉

△ACD と△ADB において、

点 O と点 B、点 O と点 D をそれぞれ結ぶ。

∠ODB＝$\angle c$ とすると、△OBD は、OB＝OD の二等辺三角形だから、

∠OBD＝$\angle c$ であり、∠BOD＝[　(1)　]である。

よって、円周角の定理により、∠BCD=[　(2)　]

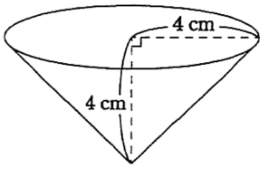
[　　　　　　　　　　　　(3)　　　　　　　　　　　　]

ア　$\angle c$　　**イ**　$2\angle c$　　**ウ**　$90^\circ - \angle c$　　**エ**　$180^\circ - \angle c$　　**オ**　$180^\circ - 2\angle c$

④　図２において、AB＝15 ㎝、BC＝4.5 ㎝のとき、線分 AD の長さを求めなさい。

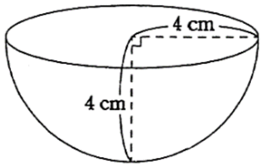
問題４　次の図のような、円錐の容器**P**、半球の容器**Q**、円柱の容器**R**がある。①〜④に答えなさい。ただし、容器は傾けないこととし、容器の厚さは考えないものとする。

P



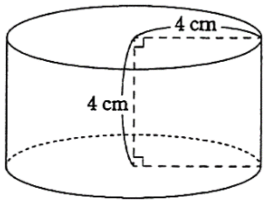
底面の半径 4 cm
高さ 4 cm

Q



半径 4 cm

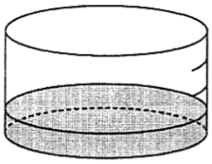
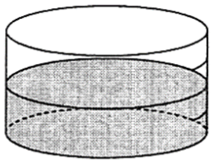
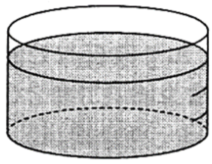
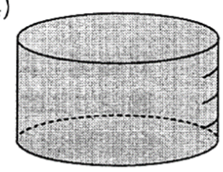
R



底面の半径 4 cm
高さ 4 cm

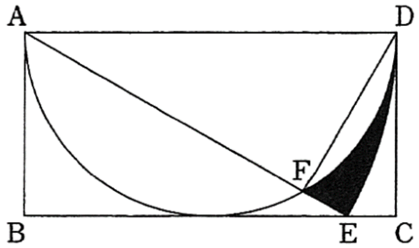
①　**P**の容器いっぱいに入れた水の体積を求めなさい。

②　**P**と**Q**のそれぞれの容器いっぱいに入れた水を、**R**にすべて移したときの水の量を表した図として最も適当なのは、(1)〜(4)のうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、図の目盛りは、**R**の高さを4等分したものである。

(1)

(2)

(3)

(4)


③　**P**と**Q**それぞれの容器の深さの半分まで水を入れた。それぞれの容器を真上から見た水面は円になる。このとき、**P**と**Q**の水面の面積の日は、1：[　(ア)　]であり、**P**に入っている水の体積は、**P**の容器いっぱいに入れた水の体積の[　(イ)　]倍である。
[　(ア)　]、[　(イ)　]に適当な数を書き入れなさい。

④　右の図は、**Q**を**R**に入れて正面から見た模式図である。四角形ABCDは、AB＝4 ㎝、AD＝8 ㎝の長方形であり、点Aを中心とし、線分ADを半径とする円と線分BCとの交点をEとし、点Aと点Eを結ぶ。線分ADを直径とする円と線分AEとの交点のうち、点Aと異なる点をFとし、点Dと点Fを結ぶ。このとき、(Ⅰ)は指示に従って答え、(Ⅱ)は[　(ウ)　]、[　(え)　]に適当な数を書き入れなさい。



図

(Ⅰ)　△ABE≡△DFAを証明しなさい。

(Ⅱ)　∠DAE＝[　(ウ)　]°　であり、弧 DE、弧 DF、線分 EF で囲まれた色のついた部分の面積は[　(エ)　]㎠である。